# Matemáticas en las aulas de Secundaria

Sección a cargo de

**Antonio Pérez Sanz**

*Los autores que quieran publicar un artículo en esta sección de La Gaceta de la RSME deberán ponerse en contacto directamente con Antonio Pérez Sanz, a través del correo electrónico* aperez@divulgamat.net*.*

## En este número...

*El lamento de un matemático* que presentamos en este número de *Matemáticas en las aulas de secundaria* es un artículo extraño y sorprendente. A pesar de ser ya un clásico, y de haber supuesto un auténtico bombazo en el mundo de la educación matemática, en Estados Unidos primero y después en todo el mundo, su autor, Paul Lockhart, nunca lo publicó. Sin embargo, a los pocos meses de nacer —en el año 2002— corría como la pólvora entre los círculos de profesores de matemáticas más sensibilizados por los contenidos de esta materia en la enseñanza primaria y secundaria. Paul Lockhart había dejado la enseñanza universitaria y, desde el año 2000, es profesor de matemáticas en la Saint Ann's School en Brooklyn, Nueva York, donde da clases a alumnos de secundaria subvirtiendo el orden establecido, según sus palabras.

El artículo es una crítica radical y profunda a los contenidos de matemáticas que se enseñan y a la forma de enseñarlos en la educación primaria y secundaria. A pesar de sus seis años de existencia, no ha perdido actualidad, y menos aún en nuestro país sometido a cambios curriculares, al menos de forma, cada pocos años. Lockhart se atreve a decir alto y claro que las matemáticas que estamos enseñando no son las que necesitan los ciudadanos del siglo XXI y que urge un cambio radical no sólo en la forma de enseñar matemáticas sino también en las matemáticas que se enseñan.

En su momento, algunos se rasgaron las vestiduras, Lockhart llega a tildar al actual sistema de educación matemática de «pesadilla»; otros lo acogieron como una bocanada de aire fresco necesaria y urgente. Las ideas que defiende sirven para cualquier latitud. Sin duda constituirán unos valiosos elementos de reflexión para todos los que nos dedicamos a la difícil tarea de enseñar matemáticas.

Siguiendo las pautas de Hardy hace unas cuantas décadas, el punto de vista de Lockhart es desde el principio subversivo, al considerar a las matemáticas como un arte y reivindicar su papel dentro de la cultura actual:

> «Lo primero que hay que entender es que las matemáticas son un arte. La diferencia entre las matemáticas y el resto de las artes, como la música y la pintura, es que nuestra cultura no la reconoce como tal.»

Pero no son un arte cualquiera; son, según sus palabras, «el arte de la explicación»:

> «Si privas a los alumnos de tener la oportunidad de participar en esta actividad —de proponer problemas, hacer sus propias conjeturas y descubrimientos, de estar equivocados, de estar creativamente frustrados, de tener una inspiración, y de improvisar sus propias explicaciones y demostraciones— les estás privando de las matemáticas en sí mismas. Así que no, no estoy protestando por la presencia de hechos y fórmulas en las clases de matemáticas, estoy protestando por la falta de matemáticas en las clases de matemáticas.»

La reivindicación de la historia de las matemáticas en las aulas es otro de los pilares de su artículo:

> «¿Qué otra materia se está dando sin mención a su historia, filosofía, desarrollo temático, criterios estéticos y estado actual? ¿Qué otra asignatura evita constantemente sus fuentes principales —bellas obras de arte hechas por algunas de las mentes más creativas de toda la historia— en favor de bastardizaciones de baja categoría?»

Y, cómo no, el llamamiento a introducir auténticos problemas e investigaciones en las clases desde las edades más tempranas y a huir de fórmulas («En la práctica, el currículo no es tanto una serie de temas, o ideas, como es una sucesión de notaciones») y técnicas absurdas y sin sentido para los alumnos. ¿Cuántos de nosotros, maestros y profesores, nos hemos conformado con repetir mecánicamente fórmulas, definiciones y teoremas, sin pensar ni siquiera por qué y para qué comunicar ese conocimiento? Reconozcamos que poco hemos logrado en la batalla de hacer de la enseñanza de las matemáticas una actividad creativa y una parte sustancial de la cultura humana…

Nada mejor que sus propias palabras finales para animaros a la lectura completa:

> «…Qué irónico que la gente descarte las matemáticas como la antítesis de la creatividad. Están desperdiciando una forma de arte más antigua que cualquier libro, más profunda que cualquier poema, y más abstracta que cualquier otra cosa. ¡Y es *el colegio* el que ha hecho esto! Qué triste e interminable ciclo de profesores inocentes infligiendo daño a sus inocentes alumnos ¡Con lo bien que nos lo podríamos estar pasando todos!»

# El lamento de un matemático*

por

**Paul Lockhart**

Un músico se despierta de una pesadilla terrible. En su sueño se encuentra en una sociedad donde la educación musical es obligatoria. «Estamos ayudando a nuestros alumnos a ser más competitivos en un mundo que está cada vez más repleto de sonido.» Educadores, colegios y el estado se encargan de este proyecto vital. Se realizan estudios, se forman comités y se toman decisiones, todo sin el consejo o participación de un solo músico profesional o compositor.

Como se sabe que los músicos plasman sus ideas en forma de partituras, esos curiosos puntos negros y líneas deben constituir el «lenguaje de la música». Es imperativo que los estudiantes tengan facilidad con este lenguaje si se supone que tienen que llegar a algún grado de competencia musical; verdaderamente, sería ridículo esperar que un niño cante una canción o que toque un instrumento sin tener una buena base de teoría y notación musicales. Tocar un instrumento y escuchar música, y no hablemos de componer una pieza original de música, se consideran temas muy avanzados y generalmente se aplazan hasta la universidad, y más comúnmente, a cursos de doctorado.

En cuanto a los colegios de primaria y de secundaria, su misión es entrenar a los estudiantes para que usen este lenguaje; mover símbolos de un lado a otro de acuerdo con una serie de normas prefijadas: «La clase de música es el lugar donde sacamos nuestras partituras, el profesor pone algunas notas en la pizarra, y nosotros las copiamos o las trasladamos a otra clave. Tenemos que asegurarnos de poner bien las claves, y nuestro profesor es muy quisquilloso sobre rellenar las negras del todo. Una vez teníamos un problema de escalas cromáticas y yo lo hice bien, pero el profesor me lo puso mal porque los palitos apuntaban en la dirección equivocada.»

En su sabiduría, los educadores pronto se dan cuenta de que incluso a los niños muy pequeños se les puede dar este tipo de educación musical. De hecho, se considera bastante vergonzoso si un niño no ha memorizado completamente todo el círculo de quintas. «Voy a tener que ponerle a mi hijo un profesor particular. Simplemente no se esfuerza con los deberes de música. Dice que son aburridos. Sólo se queda sentado ahí, mirando por la ventana y tarareando melodías e inventando canciones tontas.»

En los cursos más avanzados la presión es bastante alta. Después de todo, los estudiantes tienen que estar preparados para los exámenes de admisión de las universidades. Los estudiantes tienen que recibir clases de escalas, modos, métrica, armonía

*Después de haber sido ya divulgado en diversos círculos matemáticos desde que Paul Lockhart lo escribiera en 2002, este ensayo apareció en marzo de 2008 en la columna «Devlin's Angle» de *MAA Online* (`http://www.maa.org/devlin/devlin_03_08.html`). Agradecemos a Paul Lockhart, Keith Devlin y *The Mathematical Association of America* la autorización para publicar esta versión en castellano.

y contrapunto. «Es mucho que aprender para ellos, pero más adelante, en la universidad, cuando oigan todo esto, apreciarán todo el trabajo que hicieron en el instituto.» Por supuesto, no hay muchos estudiantes que se vayan a concentrar en la música, así que sólo unos cuantos oirán los sonidos que los puntos negros representan. No obstante, es importante que todos los miembros de la sociedad sean capaces de reconocer una modulación o un pasaje de una fuga, a pesar de que nunca vayan a oír una. «Siendo sinceros, a la mayoría de los alumnos no se les da muy bien la música. Se aburren en clase, su habilidad musical es horrible y sus deberes son apenas legibles. A la mayoría de ellos no les podría preocupar menos lo importante que es la música en el mundo actual; sólo quieren tener el mínimo número de clases de música y acabar con ello. Supongo que simplemente hay personas musicales y personas no musicales. Tuve una alumna que ¡era sensacional! Sus partituras eran impecables —cada nota en su lugar, caligrafía perfecta, sostenidos, bemoles, precioso—. Algún día será una música genial.»

Despertándose en sudor frío, el músico se da cuenta, con agradecimiento, que sólo era un sueño: «¡Por supuesto!», se tranquiliza a sí mismo. «Ninguna sociedad reduciría nunca una forma de arte tan hermosa y significativa a algo tan inconsciente y trivial; ninguna cultura sería tan cruel con sus hijos como para privarles de una forma tan natural y satisfactoria de expresión humana. ¡Qué absurdo!»

Mientras, en el otro lado de la ciudad, un pintor se acaba de despertar tras una pesadilla similar. . .

Estaba sorprendido de encontrarme en una clase de colegio normal —sin caballetes ni tubos de pintura—. «Ah, la verdad es que no usamos la pintura hasta el instituto», me dijo uno de los alumnos. «En séptimo grado[1] estudiamos, sobre todo, los colores y los pinceles.»Me enseñaron una lámina. En una cara había muestras de colores con espacios en blanco al lado. Tenían que rellenar los espacios con el nombre de cada color. «Me gusta pintar,» —dijo uno— «me dicen lo que hacer y yo lo hago. ¡Es fácil!»

Después de la clase hablé con el profesor. «¿Así que tus alumnos en realidad no pintan nada?», le pregunté. «Bueno, el año que viene tienen Pre-Colorea-Con-Números. Eso les prepara para la serie principal de Colorea-Con-Números que tienen en el instituto. Así podrán utilizar lo que han aprendido aquí y aplicarlo a situaciones de la vida real donde tengan que pintar —mojar el pincel en pintura, aclararlo, cosas así—. Por supuesto, hacemos un seguimiento de nuestros alumnos por habilidad. Los alumnos que pintan muy bien —los que se saben los colores y los pinceles de arriba abajo— llegan a pintar un poco antes, y algunos van a clases de “posicionamiento avanzado” para conseguir créditos en la universidad. Pero, sobre todo, sólo estamos intentando dar a estos chicos una buena base de qué es realmente pintar, para que cuando, en la vida real, tengan que pintar su cocina, no hagan un estropicio.»

«Eh, esas asignaturas del instituto que mencionaste. . . »

«¿Te refieres a las de Colorea-Con-Números? Últimamente estamos viendo un incremento muy alto de matriculaciones. Creo que es, sobre todo, porque los padres

[1]Nota del traductor: Séptimo grado en EE.UU. equivale a primero de la ESO en España.

quieren que sus hijos vayan a una buena universidad. No hay nada que destaque más en un expediente de instituto que Curso Avanzado de Colorea-Con-Números.»

«¿Por qué les importa a las universidades si puedes rellenar regiones numeradas con el color correspondiente?»

«Bueno, ya sabes, demuestra pensamiento crítico y tener las cosas claras. Y por supuesto, si un estudiante tiene pensado licenciarse en las ciencias de la imagen, como por ejemplo moda o diseño de interiores, entonces es realmente una buena idea quitarse de encima en el instituto los requisitos necesarios para pintar.»

«Ya veo. ¿Y cuándo tienen los alumnos la oportunidad de pintar libremente, en un lienzo en blanco?»

«¡Hablas como mis profesores! Siempre estaban con lo de expresarse uno mismo y sus sentimientos y cosas así —cosas realmente abstractas—. Yo mismo tengo un título de pintura, y no he trabajado mucho con lienzos en blanco. Simplemente uso los kits de Colorea-Con-Números que proporciona el consejo escolar.»

***

Lamentablemente, nuestro sistema actual de educación matemática es precisamente este tipo de pesadilla. De hecho, si tuviese que diseñar un mecanismo con el único propósito de *destruir* la curiosidad natural y el amor a la creación de patrones de un niño, no podría hacer un trabajo mejor que el que se está haciendo actualmente —simplemente no tendría la imaginación necesaria para llegar al tipo de desalmadas e inconscientes ideas que constituyen la enseñanza de matemáticas contemporánea.

Todo el mundo sabe que algo está mal. Los políticos dicen «necesitamos estándares más altos». Los institutos dicen «necesitamos más dinero y material». Los educadores dicen una cosa y los profesores otra. Todos están equivocados. Las únicas personas que entienden qué es lo que está pasando son a los que se les suele echar la culpa, y a los que menos se les escucha: los estudiantes. Ellos dicen «la clase de matemáticas es estúpida y aburrida», y es verdad.

## Matemáticas y cultura

Lo primero que hay que entender es que las matemáticas son un arte. La diferencia entre las matemáticas y el resto de las artes, como la música y la pintura, es que nuestra cultura no la reconoce como tal. Todo el mundo entiende que los poetas, pintores y músicos crean obras de arte, y que se expresan con la palabra, la imagen y el sonido. De hecho, nuestra sociedad es bastante generosa en cuanto a la definición de expresión creativa; arquitectos, cocineros e incluso directores de televisión se consideran artistas. Entonces, ¿por qué no los matemáticos?

Parte del problema es que nadie tiene la menor idea de qué hacen los matemáticos. La percepción común parece ser que los matemáticos están relacionados de alguna forma con la ciencia —quizá ayuden a los científicos con sus fórmulas, o metan grandes números en los ordenadores por una u otra razón—. No hay duda de que si

el mundo tuviese que ser dividido en «soñadores poéticos» y «pensadores críticos», la mayoría de la gente pondría a los matemáticos en la última categoría.

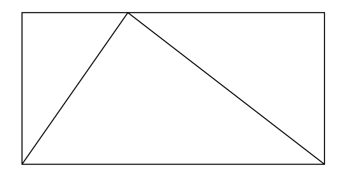
Sin embargo, el hecho es que no hay nada tan onírico y poético, nada tan radical, subversivo y psicodélico como las matemáticas. Es tan impresionante como la cosmología o la física (los matemáticos *concibieron* los agujeros negros mucho antes de que los astrónomos encontrasen uno), y permite más libertad de expresión que la poesía, el arte o la música (que dependen mucho en las propiedades físicas del universo). Las matemáticas son el arte más puro, así como el más incomprendido.

Así que déjame explicar lo que son las matemáticas y qué es lo que hacen los matemáticos. Difícilmente podría hacerlo mejor que empezando con la excelente descripción de G. H. Hardy:

> Un matemático, como un pintor o un poeta, es un creador de patrones. Si sus patrones son más permanentes que los del poeta, es porque están hechos de *ideas.*[2]

Así que los matemáticos están por ahí haciendo patrones de ideas. ¿Qué clase de patrones? ¿Qué clase de ideas? ¿Ideas sobre rinocerontes? No, eso se lo dejamos a los biólogos. ¿Ideas sobre el lenguaje y la cultura? No, normalmente no. Todas esas cosas son demasiado complicadas para el gusto de un matemático. Si hay algo parecido a un principio estético unificador en las matemáticas, es simplemente esto: *la simplicidad es bella.* A los matemáticos les gusta pensar en las cosas más simples posibles, y las cosas más simples posibles son las *imaginarias.*

Por ejemplo, si me apetece pensar en formas —y normalmente me apetece— podría imaginarme un triángulo dentro de una caja rectangular:



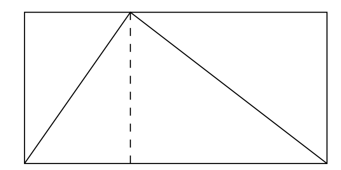
Me pregunto ¿cuánto espacio ocupa el triángulo dentro de la caja? ¿Dos tercios quizá? Lo importante es entender que no estoy hablando del *dibujo* de un triángulo dentro de una caja. Ni de un triángulo de metal que forma parte de un sistema de vigas de un puente. No hay un motivo práctico último. Sólo estoy *jugando.* Eso es lo que son las matemáticas —preguntarse, jugar, divertirse con la propia imaginación—. Para empezar, la pregunta de cuánto espacio ocupa el triángulo dentro de la caja ni siquiera tiene sentido para objetos reales y físicos. Incluso el triángulo material hecho con más cuidado es aún una desesperanzadora y complicada colección de átomos agitándose; cambia de tamaño de un minuto al siguiente. Esto es, a menos que quieras hablar de alguna forma de medidas *aproximadas.* Ahí es donde entra la estética. Eso simplemente es complicado, y consecuentemente, una pregunta fea que depende de todo tipo de detalles de la vida real. Dejemos eso a los científicos. La

[2]Nota del traductor: El original en inglés dice «A mathematician, like a painter or poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with *ideas.*»

pregunta matemática trata de un triángulo imaginario dentro de una caja imaginaria. Los bordes son perfectos porque yo quiero que sean así —éste es el tipo de objeto sobre el que prefiero pensar—. Éste es un tema importante en las matemáticas; las cosas son lo que tú quieres que sean. Tienes opciones ilimitadas; no hay una realidad que se ponga en tu camino.

Por otra parte, una vez que has hecho tu elección (por ejemplo, puedes optar por hacer que el triángulo sea simétrico, o no), la suerte está echada,[3] lo quieras o no. Esto es lo impresionante de hacer patrones imaginarios, ¡te responden! El triángulo ocupa cierto espacio dentro de la caja, y yo no tengo ningún control sobre cuánta cantidad es. Tengo que *averiguar* cuánto es.

Así que podemos imaginar todo lo que queramos y hacer patrones, y hacernos preguntas sobre ellos. ¿Pero cómo contestamos a esas preguntas? No es para nada como en la ciencia. No hay ningún experimento que yo pueda hacer con tubos de ensayo y equipo o lo que sea que me vaya a decir la verdad sobre un producto de mi imaginación. La única forma que tenemos para obtener la verdad sobre nuestra imaginación es usar nuestra imaginación, y eso es trabajo duro. En el caso del triángulo dentro de su caja, puedo hacer algo simple y bonito:



Si parto el rectángulo en dos piezas de esta forma, puedo ver que cada pieza se corta diagonalmente por la mitad por los lados del triángulo. Así que hay tanto espacio fuera como dentro del triángulo. ¡Eso significa que el triángulo tiene que ocupar la mitad de la caja!

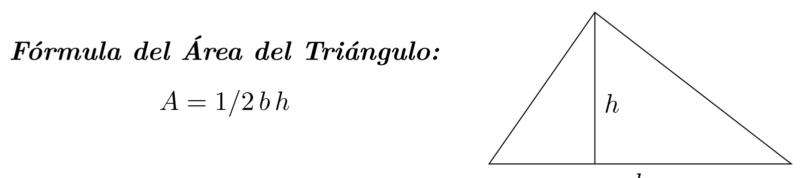
Así es como se siente y como parece una pieza de matemáticas. Esa pequeña narrativa es un ejemplo del arte de un matemático: preguntarse cuestiones simples y elegantes sobre creaciones imaginarias y confeccionar explicaciones bonitas y satisfactorias. Realmente no hay nada como este reino de ideas puras; ¡es fascinante, es divertido, y es gratis!

Ahora, ¿de dónde me ha venido esa idea? ¿Cómo se me ocurrió dibujar la línea? ¿Cómo sabe un pintor dónde poner su pincel? Inspiración, experiencia, prueba y error, pura suerte. Esto es el arte que tiene, crear esos bonitos poemas de pensamiento, esos sonetos de razón pura. Hay algo maravilloso en esta forma de arte. La relación entre el triángulo y el rectángulo era un misterio, y entonces esa pequeña línea lo hizo obvio. No podía ver y de repente pude. De alguna forma pude hacer una belleza simple y profunda a partir de la nada, y de paso cambiarme a mí mismo. ¿No es eso de lo que trata el arte?

Esta es la razón de por qué rompe tanto el corazón ver lo que se está haciendo a las matemáticas en la escuela. Esta aventura rica y fascinante de la imaginación se

[3]Nota del traductor: La frase original es «they do what they do», que no tiene traducción literal en español.

ha reducido a una serie de «hechos» que hay que memorizar y procedimientos que hay que seguir. En vez de una pregunta simple y natural sobre formas, y un proceso creativo y agradecido de invención y descubrimiento, a los estudiantes se les da esto:




«El área de un triángulo es la base por la altura dividido por dos.» A los alumnos se les dice que tienen que memorizar esta fórmula y aplicarla una y otra vez en los «ejercicios». De esta forma se elimina la emoción, la alegría e incluso el dolor y la frustración del acto creativo. Ya ni siquiera hay *problema*. La cuestión ha sido preguntada y respondida al mismo tiempo —no hay nada más que el estudiante pueda hacer.

Ahora, déjame aclarar qué es con lo que no estoy de acuerdo. No son las fórmulas, o memorizar hechos. Esto está bien en contexto, y tiene su lugar tanto como lo tiene aprender un vocabulario —te ayuda a crear obras de arte más ricas y con más matices—. Pero no es el *hecho* de que los triángulos ocupen la mitad de la caja que los contiene lo que importa. Lo que importa es la hermosa idea de dividir el triángulo con una línea, y cómo eso puede inspirar otras ideas bonitas y llevar a avances creativos en otros problemas —algo que el simple enunciado de un hecho no podría darte nunca.

Eliminando el proceso creativo y dejando sólo los resultados del proceso, casi se garantiza que nadie vaya a tener atracción a la asignatura. Es como *decir* que Miguel Ángel creó una escultura preciosa sin dejarme *verla*. ¿Cómo se supone que me tengo que inspirar con eso? (Y por supuesto, es mucho peor que esto —por lo menos se entiende que *hay* una escultura que se me está impidiendo apreciar.)

Concentrándose en el *qué* y omitiendo el *por qué*, las matemáticas se reducen a una cáscara vacía. El arte no está en la «verdad» sino en la explicación, el argumento. Es el argumento en sí el que da a la verdad su contexto, y determina qué es lo que realmente se está diciendo, así como su significado. Las matemáticas son *el arte de la explicación*. Si privas a los alumnos de tener la oportunidad de participar en esta actividad —de proponer problemas, hacer sus propias conjeturas y descubrimientos, de estar equivocados, de estar creativamente frustrados, de tener una inspiración, y de improvisar sus propias explicaciones y demostraciones— les estás privando de las matemáticas en sí mismas. Así que no, no estoy protestando por la presencia de hechos y fórmulas en las clases de matemáticas, estoy protestando por la falta de *matemáticas* en las clases de matemáticas.

Si tu profesor de pintura te dijese que pintar es rellenar regiones numeradas, sabrías que habría algo mal. La cultura te informa —hay museos y galerías, así como arte en tu propia casa—. La sociedad considera, sin duda, que pintar es un medio de

expresión humana. De la misma forma, si tu profesora de ciencias intentase convencerte de que la astronomía trata de predecir el futuro de una persona basándose en su fecha de nacimiento, sabrías que está loca —la ciencia se ha filtrado en la cultura hasta tal punto que casi todo el mundo sabe sobre galaxias y leyes del universo—. Pero si tu profesor de matemáticas te diese la impresión, tanto explícitamente como por omisión, de que las matemáticas son todo fórmulas y definiciones y memorizar algoritmos, ¿quién te enderezará?

El problema cultural es un monstruo que se autoperpetúa: los alumnos aprenden matemáticas de sus profesores, y los profesores aprenden de sus profesores, así que esta falta de comprensión y aprecio por las matemáticas se replica a sí misma indefinidamente. Peor, la perpetuación de estas «pseudo-matemáticas», este énfasis en la precisa pero inconsciente manipulación de los símbolos, crea su propia cultura y su propia serie de valores. Aquéllos que han llegado a ser competentes en ello obtienen mucha autoestima de su éxito. Lo último que quieren oír es que las matemáticas realmente tratan de creatividad pura y sensibilidad estética. Muchos estudiantes de posgrado se han sentido derrotados al darse cuenta, tras una década en donde la gente les decía que se les «daban bien las matemáticas», de que en realidad no tienen talento matemático, que simplemente se les daba muy bien seguir instrucciones. Las matemáticas no tratan de seguir instrucciones, tratan de crear nuevas direcciones.

Y ni siquiera he mencionado la falta de crítica matemática en la escuela. En ningún momento se revela el secreto a los alumnos de que las matemáticas, al igual que cualquier literatura, es creada por los seres humanos para su propia diversión; que las obras de matemáticas están sujetas a evaluación crítica; que uno puede tener y desarrollar *gusto* matemático. Una pieza de matemáticas es como un poema, y podemos preguntarnos si satisface nuestros criterios estéticos: ¿Es lógico el argumento? ¿Tiene sentido? ¿Es simple y elegante? ¿Me acerca al quid de la cuestión? Por supuesto que no está habiendo crítica en el colegio —¡no se está haciendo arte que criticar!

¿Por qué no queremos que nuestros hijos aprendan a hacer matemáticas? ¿Es que no confiamos en ellos, es que pensamos que es demasiado difícil? Parece que pensamos que son capaces de hacer argumentos y llegar a sus propias conclusiones sobre Napoleón, ¿por qué no sobre triángulos? Creo que simplemente es que nosotros, como cultura, no sabemos qué son las matemáticas. La impresión que tenemos es que es algo muy frío y técnico, que nadie podría entender —una profecía que se cumpliría sólo con enunciarla, si existiese tal cosa.

Ya sería demasiado malo que la cultura fuera meramente ignorante de las matemáticas, pero lo que es aún peor es que la gente realmente piensa que *sí* saben de qué tratan las matemáticas —¡y aparentemente tienen la flagrante equivocación de que las matemáticas son de alguna manera útiles para la sociedad!— Esto ya es una diferencia enorme entre las matemáticas y las otras formas de arte. Las matemáticas son vistas por la cultura como una especie de herramienta para la ciencia y la tecnología. Todo el mundo sabe que la poesía y la música son para el placer puro y para elevar y ennoblecer el espíritu humano (de ahí su práctica eliminación del programa de estudios de los colegios), pero no, las matemáticas son *importantes.*

**Simplicio:** ¿Realmente estás intentando decir que las matemáticas no ofrecen ninguna aplicación útil o práctica a la sociedad?

**Salviati:** Por supuesto que no. Simplemente estoy diciendo que sólo porque algo tenga consecuencias prácticas, no significa que *trate* de eso. La música puede llevar a ejércitos a la batalla, pero eso no es la razón de por qué se escriben sinfonías. Miguel Ángel decoró un techo, pero estoy seguro de que tenía cosas más imponentes en mente.

**Simplicio:** ¿Pero no necesitamos a gente que aprenda esas consecuencias tan útiles de las matemáticas? ¿No necesitamos contables y carpinteros, etc?

**Salviati:** ¿Cuánta gente utiliza de verdad esta «matemática práctica» que supuestamente aprendió en el colegio? ¿Crees que los carpinteros usan la trigonometría? ¿Cuántos adultos se acuerdan de cómo dividir fracciones, o de resolver ecuaciones cuadráticas? Obviamente el programa de enseñanza práctica no está funcionando, y por una buena razón: es insoportablemente aburrido, y de todas maneras nadie lo usa nunca. Entonces, ¿por qué la gente piensa que es importante? No veo por qué hace bien a la sociedad tener a sus miembros por ahí con vagos recuerdos de fórmulas algebraicas y diagramas geométricos, y recuerdos claros de odiarlos. Podría, sin embargo, hacer algún bien, enseñarles algo bonito y darles la oportunidad de disfrutar de ser pensadores creativos, flexibles y de mente abierta —el tipo de cosas que una educación matemática *real* puede dar.

**Simplicio:** Pero la gente necesita poder establecer el saldo de sus talonarios de cheques, ¿no?

**Salviati:** Estoy seguro de que la mayor parte de la gente usa la calculadora para la aritmética cotidiana. Es verdaderamente más fácil y más fiable. Pero la clave no es sólo que el sistema actual sea tan terriblemente malo, ¡es que lo que falta es maravillosamente bueno! Las matemáticas deberían ser enseñadas como arte por el arte. Estos aspectos mundanos de «utilidad» seguirían naturalmente como un subproducto trivial. Beethoven podía escribir fácilmente una música de anuncio, pero su motivación para aprender música era crear algo hermoso.

**Simplicio:** Pero no todo el mundo está hecho para ser artista. ¿Qué pasa con los niños que no sean «gente matemática»? ¿Cómo encajarían en tu esquema?

**Salviati:** Si todo el mundo fuese expuesto a las matemáticas en su estado natural, con toda la diversión estimulante y sorpresas que conlleva, creo que veríamos un cambio dramático, tanto en la actitud de los alumnos hacia las matemáticas, como en nuestra concepción de qué significa que a alguien se le «den bien las matemáticas». Estamos perdiendo a muchos talentos matemáticos en potencia —gente creativa e inteligente que con razón rechazan lo que parece ser un tema sin sentido y estéril—. Simplemente son demasiado listos como para perder su tiempo con esas tonterías.

**Simplicio:** ¿Pero no opinas que si las clases de matemáticas se hiciesen más como las de arte, la gente no aprendería nada?

**Salviati:** ¡No están aprendiendo nada ahora! Mejor no tener clases de matemáticas en absoluto que hacer lo que se está haciendo ahora. Al menos algunos tendrán la oportunidad de descubrir algo bonito por sí mismos.

**Simplicio:** Entonces, ¿eliminarías las matemáticas del programa de estudios?

**Salviati:** ¡Las matemáticas ya se han eliminado! La única cuestión es qué hacer con la insulsa cáscara vacía que queda. Por supuesto, preferiría reemplazarla por la participación alegre y activa en ideas matemáticas.

**Simplicio:** Pero, de todas formas, ¿cuántos profesores de matemáticas saben lo suficiente de su área como para enseñarla de esa forma?

**Salviati:** Muy pocos. Y eso es sólo la punta del iceberg. . .

## Matemáticas en la escuela

Seguro que no hay una forma más fiable de matar el entusiasmo e interés en una asignatura que hacerla una parte obligatoria del plan de estudios. Inclúyela como una parte importante de los exámenes de selectividad y prácticamente garantizas que la institución educativa le chupe toda la vida. Los consejos escolares no entienden qué son las matemáticas, ni lo entienden los educadores, autores de libros de texto, editoriales, y lamentablemente, tampoco lo entienden la mayoría de los profesores de matemáticas. El alcance del problema es enorme, apenas sé por donde empezar.

Comencemos por la debacle de la «reforma matemática». Durante muchos años se ha ido sabiendo que hay algo podrido en la educación matemática actual. Se han hecho estudios, conferencias, e innumerables comités de profesores, autores de libros de texto, editoriales y educadores (lo que quiera que sean) para «arreglar» el problema. Aparte del interés que pagamos para reformar la industria de los libros de texto (que se aprovecha de cualquier fluctuación política para sacar «nuevas» ediciones de sus pesadas monstruosidades), el movimiento reformista no ha captado la idea. El plan de estudios de matemáticas no tiene que reformarse, tiene que rehacerse.

Toda esta obsesión detallista sobre los «temas» que se deberían dar y en qué orden, o el uso de esta notación o aquella, o la marca y el modelo de qué *calculadora* utilizar, por el amor de dios —¡es como reorganizar las sillas del Titanic!— Las matemáticas son la *música de la razón.* Hacer matemáticas es participar en un acto de descubrimiento y conjetura, intuición e inspiración; estar en un estado de confusión —no porque no tenga sentido para ti, sino porque tú le diste sentido y aún no entiendes qué es lo que tu creación tiene en mente—; tener una idea revolucionaria; estar frustrado como artista; estar asombrado y abrumado por una belleza casi dolorosa; estar *vivo*, maldita sea. Elimina esto de las matemáticas y ya puedes tener todas las conferencias que quieras; no importará. Operad todo lo que queráis doctores: *vuestro paciente ya está muerto.*

La parte más triste de toda esta «reforma» son los intentos de «hacer las matemáticas interesantes» y «relevantes para la vida de los niños». No necesitas *hacer* las matemáticas interesantes —¡ya son más interesantes de lo que podemos controlar!— Y su gloria es su completa *irrelevancia* para nuestras vidas. ¡Por eso son tan divertidas!

Los intentos de presentar las matemáticas como relevantes para la vida diaria inevitablemente parecen forzados y artificiales: «¡Veis, chicos, si sabéis álgebra podéis deducir cuantos años tiene María si supiésemos que es dos años mayor que el doble de su edad hace siete años!» (Como si alguien tuviese alguna vez acceso a ese ridículo tipo de información, y no a su edad). El álgebra no es sobre la vida diaria, es sobre simetría y números —y esto es una actividad válida en sí misma y una razón suficiente para estudiarla.

> Supongamos que me dan la suma y la diferencia de dos números. ¿Cómo puedo averiguar cuánto valen los números?

Aquí tenemos una pregunta simple y elegante, y no necesita de ningún esfuerzo para hacerla atractiva. Los babilonios se divertían trabajando en problemas así, e igualmente hacen los alumnos. (¡Y espero que tú también te diviertas pensando sobre ello!). No necesitamos esforzarnos tanto para dar a las matemáticas relevancia. Tienen relevancia de la misma manera que la tiene el arte: el ser una experiencia humana significativa.

En cualquier caso, ¿realmente crees que los niños *quieren* algo relevante para su vida diaria? ¿Crees que algo práctico como *el interés compuesto* les va a entusiasmar? La gente disfruta con la *fantasía,* y eso es justo lo que las matemáticas puede ofrecer —un desahogo de la vida diaria, un anodino para el mundo práctico y ordinario.

Un problema similar ocurre cuando los profesores o los libros de texto sucumben a la «monería». Esto es cuando, en un intento de combatir la así llamada «ansiedad matemática» (una de las muchas enfermedades que, de hecho, están causadas por el colegio), se hace que las matemáticas parezcan «agradables». Para ayudar a tus alumnos a memorizar fórmulas del área y la circunferencia de un círculo, por ejemplo, podrías inventar una historia sobre «"Mr. C" who drives arround "Mrs. A" and tells her [sic, him] how nice his "two pies" are ($C = 2\pi r$) and how her "pies are square" ($A = \pi r^2$)»[4] o algún sin sentido similar. Pero, ¿qué tal la historia *verdadera*? ¿La de la lucha de la humanidad con el problema de medir curvas?; ¿la de Eudoxo y Arquímedes y el método de exhausción?; ¿la de la trascendencia de pi? ¿Qué es más interesante, medir la dimensión de una sección circular de una hoja cuadriculada, utilizando una fórmula que alguien te ha dado sin ninguna explicación (y te ha hecho memorizar y practicar una y otra vez), o escuchar la historia de uno de los problemas más bonitos y fascinantes, y una de las ideas más brillantes y poderosas de la historia humana? ¡Estamos matando el interés de la gente en los *círculos*, por el amor de Dios!

¿Por qué no estamos dando a nuestros alumnos la oportunidad de oír estas cosas, por no decir darles una oportunidad de hacer matemáticas, y de tener sus propias ideas, opiniones y reacciones? ¿Qué otra materia se está dando sin mención a su historia, filosofía, desarrollo temático, criterios estéticos y estado actual? ¿Qué otra asignatura evita constantemente sus fuentes principales —bellas obras de arte hechas por algunas de las mentes más creativas de toda la historia— en favor de adulteraciones de baja categoría?

---

[4] Nota del traductor: Estas frases —intraducibles pues en inglés se está jugando con el sonido de $\pi$ y el de la palabra inglesa «pie»— se utilizan para recordar las fórmulas «$C = 2\pi r$» y «$A = \pi r^2$».

El problema principal de las matemáticas del colegio es que no hay *problemas.* Ah, ya sé lo que la gente entiende por problemas en las clases de matemáticas, estos «ejercicios» insípidos. «Aquí tienes un tipo de problema. Y se resuelve así. Sí, estará en el examen. Haz todos los ejercicios impares del 1 al 35 de deberes.» Qué manera más triste de aprender matemáticas, ser un chimpancé entrenado.

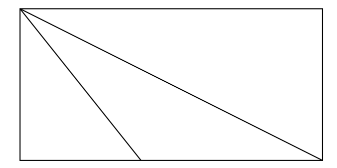
Pero un problema, una *cuestión* natural, humana, honesta y genuina —eso es otro tema—. ¿Cuánto mide la diagonal de un cubo? ¿Hay infinitos primos? ¿Es el infinito un número? ¿De cuántas formas puedo teselar simétricamente una superficie? La historia de las matemáticas es la historia del compromiso de la humanidad con este tipo de problemas, no la regurgitación inconsciente de fórmulas y algoritmos (junto con ejercicios artificiales diseñados para que se usen).

Un buen problema es algo que no sabes *cómo* resolver. Eso es lo que hace que sea un buen rompecabezas, y una buena oportunidad. Un buen problema no está simplemente ahí, aislado, sino que sirve como trampolín a *otras* cuestiones interesantes. Un triángulo ocupa la mitad de la caja que lo contiene. ¿Qué ocurriría con una pirámide dentro de la caja tridimensional que la contiene? ¿Podemos tratar este problema de una forma similar?

Puedo entender la idea de enseñar a los alumnos a dominar ciertas técnicas —yo también hago eso—. Pero no como un fin en sí mismo. Las técnicas en matemáticas, como en el arte, deberían aprenderse en contexto. Los grandes problemas, su historia, el proceso creativo —ése es el escenario adecuado—. Dale a tus estudiantes un buen problema, déjales esforzarse y frustrarse. Mira lo que inventan. Espera hasta que se estén muriendo por una idea, *entonces* enséñales una técnica. Pero no demasiado.

Así que aparta los planes de estudio y tus proyectores, tus abominables libros de texto a todo color, tus CD-ROM, y el resto del circo ambulante que es la educación contemporánea, y ¡simplemente haz matemáticas con tus alumnos! Los profesores de arte no desperdician su tiempo con libros de texto y memorización pura de técnicas. Hacen lo que es natural en su materia —ponen a pintar a los niños—. Van de caballete en caballete, haciendo sugerencias y ofreciendo consejos:

> «Estaba pensando en el problema del triángulo, y me di cuenta de una cosa. Si el triángulo está muy inclinado, entonces ¡*no* ocupa la mitad de la caja que lo contiene! Mira:»



> «¡Excelente observación! Nuestro argumento de cortar el triángulo asume que la punta del triángulo esté sobre la base. Ahora necesitamos una idea nueva.»
>
> «¿Debería intentar cortarlo de otra forma?»
>
> «Por supuesto. Prueba todo tipo de ideas. ¡Dime lo que se te vaya ocurriendo!»

¿Entonces, cómo enseñamos a nuestros alumnos a hacer matemáticas? Eligiendo problemas atractivos y naturales apropiados para sus gustos, personalidades y niveles de experiencia. Dándoles tiempo para que hagan descubrimientos y formulen conjeturas. Ayudándoles a refinar sus argumentos y creando una atmósfera de sano y vibrante crítica matemática. Siendo flexible y abierto a los cambios repentinos de dirección que su curiosidad puede causar. En resumen, teniendo una relación intelectual honesta con nuestros alumnos y nuestra asignatura.

Por supuesto, lo que estoy sugiriendo es imposible por una serie de razones. Incluso poniendo aparte el hecho de que los planes de estudio y los exámenes de selectividad dejan a los profesores prácticamente sin autonomía, dudo que muchos profesores si quiera deseen tener una relación tan intensa con sus alumnos. Requiere demasiada vulnerabilidad y demasiada responsabilidad —en resumen, ¡es demasiado trabajo!

Es mucho más fácil ser un conducto pasivo del «material» de alguna editorial y seguir las instrucciones de bote de champú «dar clase, examinar, repetir» que pensar demasiado profunda y conscientemente sobre el significado de la propia asignatura y cómo transmitir ese significado directa y honestamente a los alumnos. Nos animan a omitir la difícil tarea de hacer decisiones basándonos en nuestra sabiduría y consciencia individual, y a «seguir el programa». Es simplemente el camino de menor resistencia:

EDITORIALES DE LIBROS DE TEXTO : PROFESORES ::

A) compañías farmacéuticas : doctores
B) productoras de música : disk jockeys
C) corporaciones : miembros del congreso
D) todo lo anterior

El problema es que las matemáticas, como la pintura o la poesía, son un *trabajo creativo duro*. Eso las hace muy difíciles de enseñar. Las matemáticas son un proceso lento y contemplativo. Se tarda en hacer una obra de arte, y se necesita un profesor con habilidades para reconocer una. Por supuesto que es más fácil poner una serie de reglas que guiar a jóvenes aspirantes a artistas, y es más fácil escribir un manual de un vídeo que escribir un libro con un punto de vista.

Las matemáticas son un *arte*, y el arte debería ser enseñado por artistas, y si no, al menos por gente que aprecia esa forma de arte y la reconoce cuando la ve. No es necesario aprender música de un compositor profesional, pero ¿te gustaría que te enseñase, a ti o a tu hijo, alguien que ni siquiera toca un instrumento, y que no ha escuchado una pieza de música en toda su vida? ¿Aceptarías como profesor de arte a alguien que nunca ha tocado un lápiz, o ha pisado un museo? ¿Por qué aceptamos profesores de matemáticas que nunca han hecho una pieza original de matemáticas, que no saben nada de la historia y la filosofía de las matemáticas, nada de los últimos desarrollos, nada, de hecho, más lejos de lo que se supone que tienen que enseñar a sus desafortunados alumnos? ¿Qué clase de profesor es ése? ¿Cómo puede alguien enseñar algo que no hace él mismo? No sé bailar, y consecuentemente, nunca supondría que puedo dar una clase de baile (podría intentarlo pero no sería bonito). La diferencia es que yo *sé* que no sé bailar. Nadie me dice que se me da bien bailar

porque sepa un puñado de palabras relacionadas con el baile.

No estoy diciendo que los profesores de matemáticas tengan que ser matemáticos profesionales —lejos de ello—. Pero, ¿no deberían al menos entender qué son las matemáticas, dárseles bien, y disfrutar haciéndolas?

Si enseñar se reduce a una mera transmisión de datos, si no se comparte la excitación y el asombro, si los mismos profesores son recipientes pasivos de información y no creadores de nuevas ideas, ¿qué esperanza tienen sus alumnos? Si sumar fracciones es para el profesor una serie arbitraria de reglas, y no el resultado de un proceso creativo y de elecciones estéticas y deseos, entonces *por supuesto* que los pobres estudiantes pensarán igual.

Enseñar no trata de información. Trata de tener una relación intelectual honesta con tus alumnos. No requiere método, o herramientas, o adiestramiento. Sólo la habilidad de ser real. Y si no puedes ser real, entonces no tienes ningún derecho a imponerte sobre niños inocentes.

En particular, *no puedes enseñar a enseñar*. Las escuelas de educación son una patraña. Puedes ir a clases sobre el desarrollo temprano de la infancia y qué se yo qué más, y te pueden enseñar a usar una pizarra «efectivamente» y a preparar un «plan de estudios» organizado (que, por cierto, garantiza que tu lección esté *planeada*, y en consecuencia, sea falsa), pero nunca serás un verdadero profesor si no estás dispuesto a ser una persona verdadera. Enseñar significa apertura y honestidad, una habilidad para compartir la excitación y el amor por aprender. Sin todo esto, todas las licenciaturas de educación en el mundo no te ayudarán, y con ello, serán totalmente innecesarias.

Es perfectamente simple. Los estudiantes no son extraterrestres. Responden a la belleza y a los patrones, y son naturalmente curiosos como cualquier otro. ¡Sólo habla con ellos! Y más importante, ¡escúchales!

**Simplicio:** De acuerdo, entiendo que haya un arte en las matemáticas y que no se lo estemos exponiendo bien a la gente. Pero, ¿no es esto algo más bien esotérico y demasiado intelectual como para esperarlo de nuestro sistema escolar? No estamos tratando de hacer filósofos, sólo queremos gente con un dominio razonable de la aritmética básica para que puedan funcionar en la sociedad.

**Salviati:** ¡Pero eso no es verdad! Las matemáticas del colegio se encargan de muchas cosas que no tienen nada que ver con funcionar en sociedad —álgebra y trigonometría por ejemplo—. Estas enseñanzas son totalmente irrelevantes para la vida diaria. Sólo estoy sugiriendo que si vamos a incluir ese tipo de cosas como parte de la educación básica de la mayoría de los estudiantes, lo hagamos de una manera orgánica y natural. También, como dije antes, sólo porque una materia tenga algún uso práctico mundano no significa que tengamos que hacer de ese uso el centro de nuestra enseñanza. Puede ser verdad que sea necesario saber leer para rellenar formularios de la D.G.T., pero esa no es la razón por la que enseñamos a nuestros niños a leer. Les enseñamos a leer por el propósito mayor de permitirles el acceso a ideas bellas y llenas de significado. No sólo sería cruel enseñar a leer de esa forma —obligar a niños

de tercero de primaria a rellenar pedidos y formularios de impuestos—, ¡es que no funcionaría! Aprendemos cosas porque nos interesan, no porque vayan a ser útiles luego. Pero esto es exactamente lo que les estamos diciendo a los niños que hagan con las matemáticas.

**Simplicio:** ¿Pero no necesitan los niños de tercero de primaria saber hacer aritmética?

**Salviati:** ¿Por qué? ¿Quieres enseñarles a calcular 427 más 398? Es simplemente una pregunta que no están haciéndose muchos niños de ocho años. De hecho, la mayoría de los *adultos* no entienden del todo la aritmética con decimales, ¿y esperas que los niños de tercero tengan una concepción clara? ¿O no te importa si lo entienden? Simplemente es demasiado temprano para ese tipo de enseñanza técnica. Por supuesto que se puede hacer, pero creo que al final hace más daño que bien. Es mucho mejor esperar hasta que sus propias curiosidades naturales sobre números entren en escena.

**Simplicio:** Entonces, ¿qué *deberíamos* hacer con los niños pequeños en las clases de matemáticas?

**Salviati:** ¡Jugar a juegos! Enséñales a jugar al ajedrez y al Go, a Hex y a Backgammon, a Brotes y a Nim, lo que sea. Invéntate un juego. Haz rompecabezas. Expónles a situaciones donde se necesite razonamiento deductivo. No te preocupes por la notación y la técnica, ayúdales a convertirse en pensadores matemáticos activos y creativos.

**Simplicio:** Parece que correríamos un gran riesgo. ¿Qué pasa si desenfatizamos la aritmética tanto que nuestros alumnos acaban sin saber cómo sumar o restar?

**Salviati:** Creo que el riesgo está en crear colegios carentes de expresión creativa de ningún tipo, donde la función de los alumnos es memorizar fechas, fórmulas y listas de vocabulario, y después regurgitarlas en los exámenes —«¡Preparando hoy la mano de obra de mañana!»

**Simplicio:** Pero seguro que hay una serie de hechos matemáticos que una persona educada tendría que saber.

**Salviati:** ¡Sí, de los cuales el más importante es que las matemáticas son una forma de arte hecha por los seres humanos por placer! De acuerdo, sí, estaría bien que la gente supiese algunas cosas básicas, sobre números y formas, por ejemplo. Pero esto nunca vendrá de memorización pura, prácticas, lecciones y ejercicios. Aprendes cosas haciéndolas y luego te acuerdas de lo que te interesa. Tenemos a millones de adultos con «menos $b$ más-menos la raíz cuadrada de $b$ al cuadrado menos $4ac$ todo dividido por $2a$» en su cabeza, y sin la mínima idea, sin embargo, de qué significa. Y la razón es que nunca se les dio la oportunidad de descubrir o inventar algo así por sí mismos. Nunca tuvieron un problema atractivo en el que pensar, sobre el que frustrarse, y que crease en ellos el ansia de la técnica o el método. Nunca se les habló de la historia de la relación de la humanidad con los números —nada de antiguas tablas babilonias, nada del *Papiro de Rhind*, nada del *Liber Abaci*, nada de *Ars Magna*—. Aún más

importante, ninguna oportunidad de curiosear sobre una cuestión; se les dio la respuesta antes de que se pudiesen plantear la pregunta.

**Simplicio:** ¡Pero no tenemos tiempo para que cada estudiante invente las matemáticas por sí mismo! Se tardaron siglos hasta que se descubrió el Teorema de Pitágoras. ¿Cómo puedes esperar que lo haga un niño?

**Salviati:** No lo hago. Seamos claros. Estoy protestando por la total ausencia de arte e invención, historia y filosofía, contexto y perspectiva en el plan de estudios de matemáticas. Eso no significa que la notación, la técnica y el desarrollo de una base de conocimiento no tengan un lugar. Por supuesto que lo tienen. Deberían estar ambos tipos de cosas. Que proteste porque un péndulo esté demasiado hacia un lado, no significa que quiera que esté totalmente hacia el otro lado. Pero el hecho es que la gente aprende mejor cuando el producto se obtiene del proceso. Un gusto real por la poesía no viene de memorizar un puñado de poemas, viene de escribir los tuyos propios.

**Simplicio:** Sí, pero antes de que puedas escribir tus propios poemas tienes que aprender el alfabeto. El proceso tiene que empezar en alguna parte. Tienes que andar antes de poder correr.

**Salviati:** No, tienes que tener algo *hacia* lo que quieras correr. Los niños pueden escribir poemas e historias *al mismo tiempo que* aprenden a escribir y a leer. Un escrito de un niño de seis años es una cosa maravillosa, y los errores de ortografía y puntuación no lo hacen menos. Incluso niños muy pequeños pueden inventar canciones, y no tienen ni idea de en qué clave están o qué métrica tienen.

**Simplicio:** Pero ¿no son las matemáticas diferentes? ¿No son las matemáticas un lenguaje propio, con todo tipo de símbolos que se tienen que aprender antes de poder usarlas?

**Salviati:** En absoluto. Las matemáticas no son un lenguaje, son una aventura. ¿Es que los músicos «hablan otro idioma» simplemente porque eligen abreviar sus ideas con pequeños puntos negros? Si es así, no es ningún obstáculo para un chiquillo y su canción. Sí, cierta cantidad de abreviaturas matemáticas han evolucionado a lo largo de los siglos, pero no son, de ninguna forma, esenciales. La mayoría de las matemáticas se hacen con un amigo tomando café, con un diagrama garabateado en una servilleta. Las matemáticas tratan, y siempre han tratado, sobre ideas, y una idea valiosa transciende los símbolos con los que elijas representarla. Como observó Gauss una vez, «Lo que necesitamos son *nociones*, no notaciones».

**Simplicio:** Pero ¿no es ayudar a los alumnos a pensar de una forma más precisa y lógica, y a desarrollar sus «habilidades de razonamiento cuantitativo» uno de los propósitos de la educación de las matemáticas? ¿No aguzan el ingenio de nuestros estudiantes todas estas definiciones y fórmulas?

**Salviati:** No, no lo hacen. En todo caso, el sistema actual tiene el efecto opuesto, el de embotar la mente. La agudeza mental de cualquier tipo viene de resolver problemas uno mismo, no de que le digan cómo resolverlo.

**Simplicio:** De acuerdo. Pero ¿qué pasa con los estudiantes que quieren hacer una carrera en ciencias o en ingeniería? ¿No necesitan el conocimiento que da el plan de estudios tradicional? ¿No es esa la razón de por qué enseñamos las matemáticas en el colegio?

**Salviati:** ¿Cuántos alumnos que tienen clase de literatura serán escritores alguna vez? Esa no es la razón de que enseñemos literatura, ni la razón de que los alumnos la estudien. Enseñamos para iluminar a todo el mundo, no para adiestrar sólo a los futuros profesionales. En cualquier caso, la habilidad más valiosa para un científico o ingeniero es poder pensar creativamente e independientemente. Lo último que alguien quiere es que le *adiestren.*

## EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS

Lo realmente doloroso de cómo se enseñan las matemáticas en el colegio no es lo que falta —el hecho de que no se están haciendo matemáticas de verdad en las clases de matemáticas— sino lo que hay en su lugar: el montón de desinformación destructiva conocida como «el currículo de matemáticas». Es hora de mirar más de cerca en contra de qué están los estudiantes exactamente —a qué están siendo expuestos en nombre de las matemáticas, y como están siendo perjudicados mientras tanto.

Lo más sorprendente de este, así llamado, «currículo de matemáticas» es su rigidez. Esto es especialmente cierto en los últimos cursos. De colegio a colegio, de ciudad a ciudad, de provincia a provincia, se están diciendo y haciendo las mismas cosas, de la misma manera y en el mismo orden. Lejos de estar preocupados y disgustados por esta situación orwelliana, la mayoría de la gente simplemente acepta este currículo de matemáticas como un sinónimo de las matemáticas.

Esto está íntimamente relacionado con lo que yo llamo «el mito de la escalera» —la idea de que las matemáticas se pueden organizar como una serie de «asignaturas», cada una siendo, de alguna forma, más avanzada, o «alta» que las anteriores—. El efecto es que se convierte a las matemáticas en una *carrera* —algunos alumnos están más «por delante» que otros, y los padres se preocupan de que sus hijos se estén «quedando atrás»—. ¿Y a dónde lleva esta carrera exactamente? ¿Qué espera en la línea de llegada? Es una triste carrera a ninguna parte. Al final te han engañado y no te han dado una educación matemática, y ni siquiera lo sabes.

Las matemáticas de verdad no vienen en lata —no existe *una idea* bajo el concepto Álgebra II—. Los problemas te guían a donde te llevan. *El arte no es una carrera.* El mito de la escalera es una falsa imagen de la materia, y el camino de un profesor a lo largo del currículo estándar refuerza este mito y le impide ver a las matemáticas como un todo orgánico. Como resultado, tenemos un currículo de matemáticas sin una perspectiva histórica o coherencia temática, una colección fragmentada de temas y técnicas variadas, unidas sólo por la facilidad con la que se pueden reducir a procedimientos paso por paso.

En lugar de descubrimiento y exploración, tenemos reglas y regulaciones. Nunca oímos a un alumno decir «quería saber si tendría algún sentido elevar un número a

una potencia negativa, y descubrí que si eliges que signifique el recíproco te sale un patrón muy guay». En cambio tenemos a profesores y libros de texto presentando «la regla de los exponentes negativos» como un *fait d'accompli* sin mención a la estética que hay tras esta elección, o siquiera que es una elección.

En lugar de problemas significativos, que pueden llevar a una síntesis de diversas ideas, a terrenos inexplorados de discusión y debate, y a un sentimiento de unidad temática y de armonía en las matemáticas, tenemos en cambio ejercicios redundantes y tristes, específicos para la técnica que se esté enseñando, y tan desconectados los unos de los otros, y de las matemáticas como un todo, que ni los estudiantes ni los profesores tienen la mínima idea de cómo y por qué tal cosa pudo haber surgido en un principio.

En lugar de un contexto de problemas naturales en el que los alumnos pueden tomar decisiones sobre lo que quieren que signifiquen sus palabras, y qué nociones quieren codificar, los alumnos están sujetos, en cambio, a una sucesión sin fin de «definiciones» a priori y sin motivación. El currículo está obsesionado con la jerga y la nomenclatura, aparentemente por ninguna otra razón que proporcionar a los profesores algo sobre lo que examinar a sus alumnos. Ningún matemático en el mundo se molestaría en hacer estas distinciones sin sentido: 2 1/2 es un «número mixto», mientras que 5/2 es una «fracción impropia». Son *iguales*, por el amor de Dios. Son exactamente el mismo número, y tienen exactamente las mismas propiedades. ¿Quién usa esas palabras fuera de cuarto de primaria?

Por supuesto, es mucho más fácil examinar el conocimiento de alguien sobre una definición vana que inspirarle a crear algo bello y encontrar su propio significado. Incluso si estamos de acuerdo en que un vocabulario común básico es valioso, esto no es eso. Qué triste es que a los niños de quinto de primaria se les enseñe a decir «cuadrilátero» en vez de «forma con cuatro lados», pero nunca se les dé una razón para usar palabras como «conjetura» y «contraejemplo». Los estudiantes de instituto tienen que aprender a usar la función secante, '$\sec x$', como una abreviatura del recíproco de la función coseno, '$1/\cos x$' (una definición con tanto peso intelectual como la decisión de usar '&' en vez de «y»). Que esta abreviatura en concreto, una reminiscencia de las tablas náuticas del siglo quince, esté aún con nosotros (mientras que otras como «verseno» hayan muerto) es un mero accidente histórico, y no tiene en absoluto valor en una era en donde la computación rápida y precisa de abordo ha dejado de ser un problema. Con lo cual atiborramos las clases de matemáticas con una vana nomenclatura automotivada.

En la práctica, el currículo no es tanto una serie de temas, o ideas, como es una sucesión de notaciones. Aparentemente las matemáticas consisten en una lista secreta de símbolos místicos y reglas para su utilización y manipulación. A los niños pequeños se les da '+' y '÷'. Sólo más adelante se les puede confiar '$\sqrt{\ }$', y luego '$x$' e '$y$' y la alquimia de los paréntesis. Finalmente, se les adoctrina en el uso de 'sen', 'log', '$f(x)$', y si se les considera dignos de ello, '$d$' y '$\int$'. Todo sin haber tenido una sola experiencia matemática significativa.

Este programa está tan firmemente fijado que los profesores y los autores de libros de texto pueden predecir, con años de antelación, qué estarán haciendo exactamente los estudiantes, hasta la página de ejercicios. No es nada raro pedir a alumnos de

segundo año de álgebra que calculen $[f(x+h) - f(x)]/h$ para distintas funciones $f$, para que hayan *visto* esto cuando tengan cálculo unos años después. Naturalmente, no se da ninguna motivación (ni se espera) de por qué esa combinación aparentemente aleatoria de operaciones pueda tener interés, aunque estoy seguro de que muchos profesores intentan dar una idea de qué puede significar eso, y piensan que les están haciendo un favor a sus alumnos, cuando de hecho para ellos sólo es un aburrido problema más de matemáticas que tienen que acabar. «¿Qué quieren que haga? Ah, ¿sólo meterlo? Vale.»

Otro ejemplo se da cuando se les enseña a los estudiantes a expresar información de una forma innecesariamente complicada, meramente porque en algún futuro lejano tendrá sentido. ¿Tiene algún profesor de instituto la mínima idea de por qué les dice a sus alumnos que expresen «el número $x$ está entre el tres y el siete» como $|x - 5| < 2$? ¿De verdad piensan estos, desesperadamente ineptos, autores de libros de texto que están ayudando a los estudiantes preparándoles para un posible día, pasados los años, cuando quizá estén operando en el contexto de una geometría de dimensión alta o un espacio métrico abstracto? Lo dudo. Supongo que simplemente se están copiando los unos a los otros, década tras década, a lo mejor cambiando el tipo de letra o los colores con los que se subraya, y sonriendo con orgullo cuando un instituto adopta su libro, y se convierte en su inconsciente e involuntario cómplice.

Las matemáticas tratan de problemas, y los problemas tienen que hacerse el foco de la vida matemática de un estudiante. Doloroso y creativamente frustrante como puede serlo, los estudiantes deberían estar en todo momento participando en el proceso —teniendo ideas, no teniendo ideas, descubriendo patrones, haciendo conjeturas, construyendo ejemplos y contraejemplos, ideando argumentos, y criticando el trabajo de cada uno—. Las técnicas específicas y procedimientos surgirán naturalmente de este proceso, como hicieron históricamente: no aisladas, sino orgánicamente relacionadas con, y como consecuencia del, fondo del entorno del problema.

Los profesores de inglés saben que la pronunciación y la ortografía se aprenden mejor en el contexto de la escritura y la lectura. Los profesores de historia saben que los nombres y las fechas no son interesantes cuando se sacan de la historia que se va desarrollando. ¿Por qué sigue la educación matemática atascada en el siglo diecinueve? Compara tu propia experiencia de aprender álgebra con el recuerdo de Bertrand Russell:

> «Me hicieron aprender de memoria: "El cuadrado de la suma de dos números es igual a la suma de sus cuadrados incrementado por el doble de su producto". No tenía la mínima idea de qué significaba esto y cuando no me acordaba de las palabras, mi profesor me tiraba un libro a la cabeza, que no estimulaba mi intelecto en ninguna forma.»

¿Son realmente las cosas muy diferentes en la actualidad?

**Simplicio:** No creo que eso sea muy justo. Seguro, los métodos de enseñanza han mejorado desde entonces.

**Salviati:** Te refieres a métodos de ***entrenamiento***. La enseñanza es una relación humana un tanto heteróclita; no requiere de ningún método. O mejor dicho,

si necesitas un método probablemente no seas un buen profesor. Si no tienes suficiente sentimiento como para hablar de tu asignatura con tus propias palabras, de una forma natural y espontánea, ¿cómo de bien puedes entenderla? Y hablando de estar atascados en el siglo diecinueve, ¿no es asombroso cómo el currículo en sí está atascado en el diecisiete? ¡Y pensar en todos los asombrosos descubrimientos y profundas revoluciones que han ocurrido en los últimos tres siglos! No hay más mención de éstos que la que habría si no hubiesen ocurrido.

**Simplicio:** ¿Pero no les estás pidiendo mucho a los profesores de matemáticas? ¿Esperas que proporcionen atención individual a decenas de estudiantes, guiándoles por sus propios caminos hacia el descubrimiento y la iluminación, así como de estar al corriente de la historia matemática reciente?

**Salviati:** ¿Esperas que tu profesora de arte pueda darte consejos individualizados y con fundamento sobre cómo pintas? ¿Esperas que sepa algo de los últimos trescientos años de la historia del arte? Pero, en serio, no espero nada de esto, sólo desearía que fuese así.

**Simplicio:** Entonces, ¿le echas la culpa a los profesores de matemáticas?

**Salviati:** No, le echo la culpa a la cultura que los produce. Los pobres diablos están haciendo todo lo que pueden, y sólo están haciendo lo que les han enseñado a hacer. Estoy seguro de que la mayoría de ellos quieren a sus alumnos y odian por lo que les están obligando a pasar. Saben en sus corazones que no tiene sentido y es degradante. Pueden sentir que se han hecho parte de los dientes de una gran máquina rompe almas, pero les falta la perspectiva necesaria para comprenderlo, o para luchar contra ello. Sólo saben que tienen que «preparar para el año que viene» a sus alumnos.

**Simplicio:** ¿Realmente crees que la mayoría de los estudiantes son capaces de operar en un nivel tan alto como para hacer sus propias matemáticas?

**Salviati:** Si honestamente creemos que el razonamiento creativo es demasiado «elevado» para los estudiantes, y que ni siquiera pueden con ello, ¿por qué les permitimos escribir trabajos de historia y ensayos sobre Shakespeare? El problema no es que los estudiantes no puedan con ello, es que ninguno de los profesores puede. Nunca han demostrado nada por sí mismos, ¿cómo podrían aconsejar a un alumno? En cualquier caso, obviamente habría una gama de interés y habilidad de los estudiantes, como la hay en cualquier asignatura, pero al menos a los estudiantes les gustarían o disgustarían las matemáticas por lo que de verdad son, y no por lo que esta imitación perversa les da a entender.

**Simplicio:** Pero queremos que todos los estudiantes aprendan un conjunto básico de hechos y habilidades. Para eso está el currículo, y por eso es tan uniforme; hay ciertos hechos eternos y fríos que necesitamos que los alumnos sepan: uno más uno es dos, los ángulos de un triángulo suman 180 grados. Esto no son opiniones o sentimientos artísticos sensibleros.

**Salviati:** Todo lo contrario. Las estructuras matemáticas, útiles o no, se inventan y desarrollan en el contexto de un problema, y derivan su significado de ese

contexto. A veces queremos que uno más uno sea cero (como en la, así llamada, aritmética módulo 2) y en la superficie de una esfera los ángulos de un triángulo suman más de 180 grados. No hay «hechos» per se; todo es relativo y depende de la relación. Es la historia lo que importa, no sólo el final.

**Simplicio:** ¡Me estoy cansando de tus tonterías místicas! Aritmética básica, ¿vale? ¿Estás de acuerdo o no en que los estudiantes deberían aprenderla?

**Salviati:** Eso depende de lo que quieras decir con «la». Si lo que quieres decir es tener una apreciación por los problemas de contar y ordenar, las ventajas de agrupar y nombrar, la distinción entre una representación y la cosa en sí, y una idea del desarrollo histórico de los sistemas de numeración, entonces sí, sí que pienso que nuestros estudiantes deberían ser expuestos a esas cosas. Si quieres decir memorización pura de hechos de la aritmética sin toda la estructura conceptual subyacente, entonces no. Si quieres decir explorar el hecho, de ninguna manera obvio, de que cinco grupos de siete es lo mismo que siete grupos de cinco, entonces sí. Si quieres decir el hacer una regla de que $5 \times 7 = 7 \times 5$, entonces no. Hacer matemáticas debería significar siempre descubrir patrones y confeccionar explicaciones bellas y con sentido.

**Simplicio:** ¿Y qué pasa con la geometría? ¿No demuestran tus alumnos cosas ahí? ¿No es la geometría del instituto el ejemplo perfecto de lo que tú quieres que sean las clases de matemáticas?

## La geometría del instituto: el instrumento del Diablo

No hay nada más irritante para el autor de una acusación mordaz que acabar siendo un apoyo a lo que era el objetivo de su veneno. Y nunca fue una oveja vestida de lobo tan insidiosa, ni un falso amigo tan traidor, como la Geometría de Instituto. Es precisamente *porque* es el intento de los institutos de introducir a los estudiantes en el arte de la argumentación lo que la hace tan peligrosa.

Al presentarse como el lugar donde los estudiantes por fin podrán participar en un razonamiento matemático de verdad, este virus ataca a las matemáticas en el corazón, destruyendo la misma esencia de la argumentación creativa matemática, envenenando el gusto de los alumnos por esta bella asignatura, e incapacitándoles permanentemente para pensar sobre matemáticas de una forma natural e intuitiva.

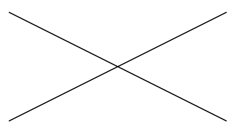
El mecanismo que hay detrás de esto es sutil y malicioso. Primero, se aturde y paraliza al estudiante-víctima con una embestida de definiciones, proposiciones y notaciones sin sentido, y después se le va destetando meticulosamente de toda curiosidad natural o intuición sobre las formas y sus patrones por medio de un adoctrinamiento en el rebuscado lenguaje y el artificial formato de la así llamada «demostración formal geométrica.»

Lejos de metáforas, la clase de geometría es, por mucho, el componente más emocional y mentalmente destructor de todo el currículo de matemáticas del instituto. Otros cursos de matemáticas pueden esconder el bonito pájaro, o meterlo en una caja, pero en la clase de geometría se le tortura abierta y cruelmente. (Por lo visto no puedo alejarme de las metáforas.)

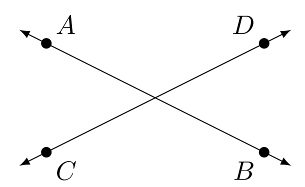
Lo que está sucediendo es el debilitamiento sistemático de la intuición de los estudiantes. Una demostración, esto es, un argumento matemático, es una obra de ficción, un poema. Su objetivo es *satisfacer*. Una demostración bonita debería explicar, y debería explicar clara, profunda y elegantemente. Un argumento bien escrito y bien confeccionado debería sentirse como un jarro de agua fría, y ser un faro que ilumine —debería refrescar el espíritu e iluminar la mente—. Y debería ser *cautivador*.

No hay nada cautivador en lo que pasa por demostración en clase de geometría. A los alumnos se les presenta un formato rígido y dogmático con el que hay que hacer sus, así llamadas, «demostraciones» —un formato tan innecesario e inapropiado como insistir que los niños que quieran plantar un jardín nombren a sus flores indicando el género y la especie.

Veamos algunos ejemplos de esta locura. Empezaremos con dos líneas que se cruzan:

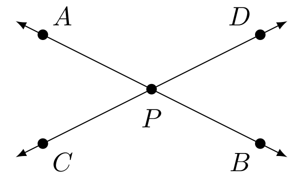


Lo primero que suele ocurrir es que se enturbia el asunto innecesariamente con notación excesiva. Aparentemente, uno no puede simplemente hablar de dos líneas que se cruzan; uno tiene que darles nombres complicados. Y no nombres simples como 'línea 1' y 'línea 2', o incluso '$a$' y '$b$'. Tenemos que (de acuerdo con la Geometría del Instituto) elegir puntos aleatorios e irrelevantes de estas líneas, y después referirnos a las líneas usando la «notación para líneas» especial.




Ves, ahora tenemos que llamarlas $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$, y que Dios te perdone si no pones esas barritas —'$AB$' significa la *longitud* de la línea $\overline{AB}$ (al menos creo que es así)—. No importa lo vanamente complicado que es, ésta es la forma en la que uno tiene que aprender a hacerlo. Y ahora viene la afirmación, llamada normalmente de alguna forma estúpida como

Proposición 2.1.1. *Sea $P$ el punto donde $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ se cortan. Entonces $\angle APC \equiv \angle BPD$.*




En otras palabras, los ángulos en ambos lados son los mismos. ¡Pues claro! La configuración de dos rectas que se cruzan es simétrica, por el amor de Dios. Y por si esto no fuese suficiente, esta afirmación tan obvia tiene que «demostrarse».

Demostración.

| Afirmación | Razón |
|---|---|
| 1. $m\angle APC + m\angle APD = 180$ | 1. Postulado de la suma de ángulos |
| $m\angle BPD + m\angle APD = 180$ | |
| 2. $m\angle APC + m\angle APD = m\angle BPD + m\angle APD$ | 2. Propiedad de sustitución |
| 3. $m\angle APD = m\angle APD$ | 3. Propiedad reflexiva de la igualdad |
| 4. $m\angle APC = m\angle BPD$ | 4. Propiedad de la resta de igualdades |
| 5. $\angle APC \equiv \angle BPD$ | 5. Postulado de la medida de ángulos |

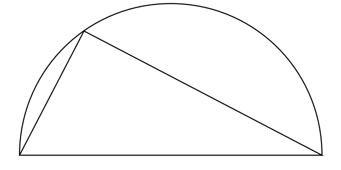
En vez de un argumento ingenioso y agradable escrito por un ser humano, y llevado acabo en uno de los muchos lenguajes naturales del mundo, nos dan esta sombría y desalmada plantilla como demostración. ¡Se está haciendo de un grano de arena una montaña! ¿Realmente estamos intentando sugerir que una observación directa como ésta requiere un preámbulo tan extenso? Sé sincero: ¿realmente lo has leído? Por supuesto que no. ¿Quién querría?

El efecto que tiene hacer tal producción a partir de algo tan simple es hacer que la gente dude de su propia intuición. Poniendo en duda lo obvio, insistiendo que esté «rigurosamente demostrado» (como si lo anterior constituyese una demostración formal legítima) es decir a un alumno «Tus ideas son dudosas. Tienes que pensar y hablar de nuestra forma.»

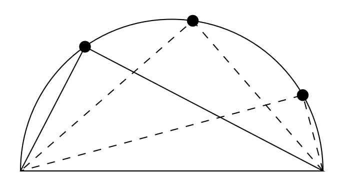
Hay un lugar para las demostraciones formales en las matemáticas, sin duda. Pero ese lugar no es la primera introducción que tiene un estudiante a la argumentación matemática. Al menos deja a la gente familiarizarse con algunos de los objetos matemáticos, aprender qué esperar de ellos, antes de empezar a formalizar todo. La demostración rigurosa y formal sólo se convierte en importante cuando hay una *crisis* —cuando te das cuenta de que tu objeto imaginario se comporta de forma anti-intuitiva; cuando hay una paradoja de algún tipo—. Pero una higiene preventiva tan excesiva es totalmente innecesaria aquí —¡nadie se ha puesto malo aún!— Por supuesto, si surgiese una crisis lógica en algún momento, entonces obviamente debería ser investigada, y el argumento hecho más claro, pero ese proceso puede hacerse también intuitiva e informalmente. De hecho, el alma de las matemáticas es hacer ese diálogo con la propia demostración.

Así que, no sólo la mayoría de los niños están totalmente confundidos por esta pedantería —nada mistifica más que una demostración de lo obvio—, pero incluso esos pocos cuya intuición permanece intacta tienen que traducir sus excelentes y bellas ideas a este absurdo y jeroglífico marco para que su profesor diga que es «correcto». El profesor entonces se adula a sí mismo porque, de alguna forma, está agudizando las mentes de sus alumnos.

Un ejemplo más serio; tomemos el caso del triángulo dentro de un semicírculo:

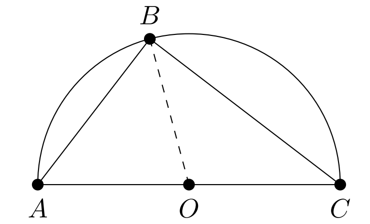


La bella verdad que hay en este patrón es que no importa dónde pongas la punta del triángulo, siempre forma un ángulo recto. (No tengo ninguna objeción a términos como «ángulo recto» si es relevante para el problema y lo hace más fácil de discutir. No es la terminología en sí lo que yo objeto, es la terminología vana e innecesaria. En cualquier caso, no me importaría usar «esquina» o incluso «pocilga» si un alumno lo prefiriese.)



Aquí tenemos un caso en donde nuestra intuición es, de alguna forma, dudosa. No es nada claro que esto sea verdad; parece incluso *poco probable* —¿no debería cambiar el ángulo a medida que muevo la punta?— ¡Lo que tenemos aquí es un problema fantástico! ¿Es verdad? Si lo es, *¿por qué* es verdad? ¡Qué gran proyecto! ¡Qué oportunidad tan maravillosa para ejercitar la propia ingenuidad e imaginación! Por supuesto, no se da este tipo de oportunidad a los estudiantes, cuya curiosidad e interés se ve inmediatamente desinflada por:

Teorema 9.5. *Sea $\triangle ABC$ inscrito en un semicírculo con diámetro $\overline{AC}$. Entonces $\angle ABC$ es un ángulo recto.*




Demostración.

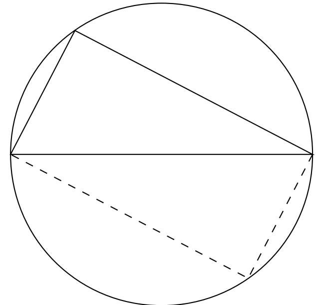
| Afirmación | Razón |
|---|---|
| 1. Dibujar el radio $OB$. Luego $OB = OC = OA$ | 1. Dado |
| 2. $m\angle OBC = m\angle BCA$<br>$m\angle OBA = m\angle BAC$ | 2. Teorema del triángulo isósceles |
| 3. $m\angle ABC = m\angle OBA + m\angle OBC$ | 3. Postulado de la suma de ángulos |
| 4. $m\angle ABC + m\angle BCA + m\angle BAC = 180$ | 4. Los ángulos de un triángulo suman 180 |
| 5. $m\angle ABC + m\angle OBC + m\angle OBA = 180$ | 5. Sustitución (línea 2) |
| 6. $2m\angle ABC = 180$ | 6. Sustitución (línea 3) |
| 7. $m\angle ABC = 90$ | 7. Propiedad de la división de igualdades |
| 8. $ABC$ es un ángulo recto | 8. Definición de ángulo recto |

¿Puede ser algo tan poco atractivo y elegante? ¿Puede ser un argumento más ofuscado e ilegible? ¡Esto no son matemáticas! Una demostración debería ser una revelación de los Dioses, no un mensaje cifrado del Pentágono. Esto es lo que viene de un sentido del rigor lógico mal empleada: *fealdad*. El espíritu del argumento se ha enterrado bajo una pila de formalismo embrollador.

Ningún matemático trabaja de esta forma. Ningún matemático ha trabajado *nunca* de esta forma. Esto es un completo y total malentendido de la empresa matemática. Las matemáticas no tratan de erigir barreras entre nosotros y nuestra intuición, y de hacer complicadas las cosas simples. Las matemáticas tratan de eliminar los obstáculos a nuestra intuición, y mantener simples las cosas simples.

Compara este lío poco apetecible de demostración con el siguiente argumento ideado por uno de mis alumnos de séptimo grado[5]:

«Toma el triángulo y gíralo para que haga una caja de cuatro lados dentro del círculo. Como el triángulo se ha dado la vuelta totalmente, los lados deben ser paralelos, con lo cual tenemos un paralelogramo. Pero no puede ser una caja con los lados inclinados porque sus dos diagonales son diámetros del círculo, así que son iguales, lo que significa que tiene que ser un rectángulo. Por eso la esquina siempre es un ángulo recto.»



¿No es eso encantador? Y la clave no es que este argumento sea mejor que el otro *como idea*, la clave es que la idea salga. (De hecho, la idea de la primera demostración es bastante bonita, pero vista a través de un cristal oscuro.)

Más importante; la idea fue del *propio* alumno. La clase tenía un problema en el que trabajar, se hicieron conjeturas, se intentaron demostraciones, y esto es lo que consiguió un alumno. Por supuesto, tardamos varios días, y fue el resultado final de una larga sucesión de fracasos.

Para ser sinceros, he parafraseado la demostración considerablemente. La original era bastante más enrevesada y tenía un montón de verborrea (así como errores gramaticales y ortográficos). Pero creo que entendí lo que quería decir. Y estos defectos eran buenos; me dieron algo que hacer como profesor. Pude destacar unos cuantos problemas estilísticos y lógicos, y el estudiante fue capaz de mejorar el argumento. Por ejemplo, no estaba contento del todo con la parte que afirma que las diagonales son diámetros —no pensaba que fuese obvio del todo—, pero eso sólo significó que había más que pensar y más entendimiento que ganar de la situación. Y de hecho, el alumno pudo completar el hueco bastante bien:

> «Como el triángulo dio media vuelta al rededor del círculo, la punta tiene que estar justo opuesta a donde empezó. Por eso la diagonal de la caja es un diámetro.»

Así que fue un gran proyecto y una bonita pieza de matemáticas. No estoy muy seguro de quién está más orgulloso, el alumno o yo. Esto es justo el tipo de experiencia que quiero que mis alumnos tengan.

El problema con el currículo estándar de geometría es que la experiencia personal de ser un artista que se esfuerza ha sido prácticamente eliminada. El arte de

[5]Nota del traductor: Equivalente a primero de la ESO en España.

la demostración se ha reemplazado por un rígido patrón de deducciones formales sin inspiración. El libro de texto presenta una serie de definiciones, teoremas y demostraciones, el profesor los copia en la pizarra, y los estudiantes los copian en sus cuadernos. Luego se les pide que los imiten en los ejercicios. Aquellos que captan el patrón rápido son los «buenos» estudiantes.

El resultado es que el alumno se vuelve un participante pasivo de un acto creativo. Los alumnos hacen afirmaciones para que se ajusten a un patrón preexistente de demostración, no porque los *piensen de verdad*. Se les enseña a imitar argumentos, no a *intentar* hacerlos. Así que no sólo no tienen ni idea de qué está diciendo su profesor, *no tienen ni idea de qué están diciendo ellos mismos*.

Incluso la forma tradicional en la que se presentan las definiciones es una mentira. En un intento de crear una ilusión de «claridad» antes de embarcarse en la típica cascada de proposiciones y teoremas, se da una serie de definiciones para que las afirmaciones y sus demostraciones se puedan hacer tan concisas como se pueda. En la superficie esto parece relativamente inofensivo, ¿por qué no hacer algunas abreviaciones para que las cosas se puedan decir de forma más económica? El problema es que las definiciones *importan*. Vienen de decisiones estéticas sobre qué distinciones consideras importantes como artista. Y salen de los problemas. Hacer una definición es resaltar y llamar la atención de una característica o propiedad estructural. Históricamente, esto viene de trabajar en un problema, no como su preludio.

La clave está en que no se empieza con definiciones, se empieza con problemas. Nadie tuvo la idea de que un número fuese «irracional» hasta que Pitágoras intentó medir la diagonal de un cuadrado y descubrió que no se podía representar como una fracción. Las definiciones tienen sentido cuando se llega a un punto de una argumentación que hace que la distinción sea necesaria. Dar definiciones sin motivación es más probable que *cause* confusión.

Esto es un ejemplo más de la forma en que se blinda y excluye a los estudiantes del proceso matemático. Los alumnos tienen que poder dar sus propias definiciones a medida que las van necesitando —formular ellos mismos el debate—. No quiero alumnos que digan «la definición, el teorema, la demostración», los quiero diciendo «mi demostración, mi teorema, mi demostración».

Aparte de todas estas quejas, el problema real con esta forma de presentación es que es *aburrida*. La eficiencia y la economía simplemente no hacen buena pedagogía. Me cuesta creer que Euclides aprobase esto; sé que Arquímedes no lo haría.

**Simplicio:** Espera un momento. No sé tú, pero yo *disfruté* con la geometría del instituto. Me gustaba la estructura, y disfruté trabajando con el rígido formato de hacer demostraciones.

**Salviati:** Estoy seguro de que lo hiciste. Probablemente incluso tuviste la oportunidad de trabajar en algunos problemas buenos de vez en cuando. A mucha gente le gusta la geometría del instituto (aunque mucha más la odia). Pero esto no es un punto a favor del régimen actual. Más bien, es un poderoso testimonio del atractivo que tienen las matemáticas. Es difícil estropear completamente algo tan bello; incluso esta tenue sombra de matemáticas puede ser aún cautivadora y satisfactoria. También a mucha gente le gusta Dibuja-Con-Números; es una

actividad manual relajante y colorida. Pero eso no lo convierte en lo auténtico.

**Simplicio:** Pero te estoy diciendo que me *gustó*.

**Salviati:** Y si hubieses tenido una experiencia matemática más natural te habría gustado aún mas.

**Simplicio:** Entonces, ¿se supone que tenemos que hacer una especie de excursión matemática libre, y que los estudiantes aprendan lo que dé la casualidad que aprendan?

**Salviati:** Justo. Los problemas llevarán a otros problemas, las técnicas se desarrollarán a medida que vayan siendo necesarias, y nuevos temas surgirán naturalmente. Y si se da la casualidad de que un tema no surge en trece años de educación matemática, ¿cómo de importante puede ser?

**Simplicio:** Te has vuelto completamente loco.

**Salviati:** Puede que lo haya hecho. Pero incluso trabajando en el marco convencional, un buen profesor puede guiar el flujo de los problemas para dejar a los alumnos descubrir e inventar las matemáticas ellos mismos. El problema de verdad es que la burocracia no permite a un profesor individual hacer eso. Dentro de un currículo a seguir, un profesor no puede guiar. Debería no haber estándares y currículo. Sólo individuos haciendo lo que piensan que es mejor para sus alumnos.

**Simplicio:** Pero entonces, ¿cómo pueden las escuelas garantizar que sus estudiantes tengan todos los mismos conocimientos básicos? ¿Cómo podríamos medir el valor relativo de cada estudiante?

**Salviati:** No pueden, y no lo haremos. Tal como en la vida real. Al final tienes que aceptar el hecho de que todo el mundo es diferente, y eso está bien. En cualquier caso, no hay urgencia. Vale, una persona termina el instituto sin saber las fórmulas del ángulo doble (¡como si lo supiesen ahora!), ¿y qué? Al menos esa persona saldrá con una idea de lo que es la asignatura, y podrá ver algo bonito.

## EN CONCLUSIÓN. . .

Para poner los últimos toques en mi crítica al currículo estándar, y como un servicio a la comunidad, presento el primer catálogo *totalmente honesto* de los cursos de matemáticas del instituto:

### EL CURRÍCULO ESTÁNDAR DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

MATEMÁTICAS DE PRIMARIA. Empieza el adoctrinamiento. Los alumnos aprenden que las matemáticas no son algo que tú hagas, sino algo que se te hace a ti. Se pone énfasis en sentarse quieto, rellenar hojas de problemas, y en seguir instrucciones. Se espera de los niños que dominen un conjunto de algoritmos complejos para manipular símbolos hindúes, no relacionado con ningún deseo o curiosidad por su parte, y visto

hace sólo unos siglos como demasiado difícil para el adulto medio. Se hace incapié en las tablas de multiplicar, y se estresan los padres, los profesores y los niños.

Matemáticas de secundaria. Se les enseña a los estudiantes a ver las matemáticas como una serie de procedimientos, parecidos a ritos religiosos, que son eternos y grabados en piedra. Las tablas sagradas, o «Libros de Matemáticas», se reparten, y los estudiantes aprenden a referirse a los miembros de la iglesia como «ellos» (como en «¿Qué quieren ellos que haga aquí? ¿Quieren ellos que divida?»). Se introducirán artificiales «problemas de palabras», pesados e inconscientes, para que trabajar con la aritmética parezca, por comparación, agradable. Se examinará el conocimiento de los estudiantes sobre un amplio abanico de términos técnicos innecesarios, tales como «número entero» y «fracción propia», sin el mínimo raciocinio para hacer esas distinciones. Una preparación excelente para Álgebra I.

Álgebra I. Para no gastar el tiempo pensando en los números y sus patrones, este curso se centra en cambio en símbolos y reglas para manipularlos. El suave hilo narrativo, que lleva desde los problemas en tablillas de la antigua Mesopotamia hasta el alto arte de los algebristas del Renacimiento, se descarta en favor de una inquietantemente fracturada historia postmoderna sin personajes, argumento o tema. La insistencia de poner todos los números y expresiones en varias formas estándar dará confusión adicional al significado de identidad y de igualdad. Los alumnos también memorizan la fórmula cuadrática por alguna razón.

Geometría. Aislado del resto del currículo, este curso elevará las esperanzas de los estudiantes de participar en una actividad matemática significativa, y luego se romperán. Se introducirá una notación rara y confusa, y no se escatimarán esfuerzos para hacer las cosas simples complicadas. El objetivo de este curso es erradicar todo vestigio de intuición matemática natural, como preparación para Álgebra II.

Álgebra II. El tema de este curso es el uso inmotivado e inapropiado de la geometría de coordenadas. Se introducen las secciones cónicas en el marco de las coordenadas para evitar la simplicidad estética de los conos y sus secciones. Los alumnos aprenderán a escribir formas cuadráticas en una serie de formas estándar sin ninguna razón. Se introducirá también la función exponencial y el logaritmo, sin tener en cuenta que no son objetos algebraicos, simplemente porque tienen que meterse en algún lado, aparentemente. El nombre del curso se elige para reforzar el mito de la escalera. La razón de por qué está la Geometría entre Álgebra I y su secuela sigue siendo un misterio.

Trigonometría. Dos semanas de contenido se estiran hasta un semestre por medio de innecesarios merodeos llenos de definiciones. Fenómenos realmente interesantes y bellos, tales como la forma en que los lados de un triángulo dependen de sus ángulos, se enseñan con el mismo énfasis que irrelevantes abreviaciones y convenciones notacionales obsoletas, para impedir a los estudiantes tener una idea clara

del tema. Los alumnos aprenderán reglas mnemotécnicas como «SohCahToa»[6] en vez de desarrollar un sentimiento intuitivo de orientación y simetría. La medida de triángulos se discutirá sin mención a la naturaleza trascendente de las funciones trigonométricas, o los consecuentes problemas lingüísticos y filosóficos inherentes en hacer tales mediciones. Es obligatoria la calculadora, para nublar aún más estos temas.

PRE-CÁLCULO. Una sopa sin sentido de temas inconexos. Sobre todo, un intento no muy meditado de introducir los métodos analíticos del siglo diecinueve en contextos donde ni se necesitan ni ayudan. Se presentan las definiciones técnicas de 'límite' y 'continuidad' para oscurecer la intuitivamente clara noción de variación suave. Como sugiere el nombre, este curso prepara al estudiante para Cálculo, donde se completará la última fase de la sistemática ofuscación de cualquier idea natural relacionada con las formas y el movimiento.

CÁLCULO. Este curso explorará las matemáticas del movimiento, y las mejores formas de enterrarlas bajo una montaña de formalismo innecesario. Sin tener en cuenta que es una introducción tanto al cálculo diferencial como al integral, las simples y poderosas ideas de Newton y Leibniz se descartarán en favor del más sofisticado punto de vista basado en funciones, desarrollado como respuesta a varias crisis analíticas que no se aplican a esta situación, y que por supuesto no se mencionarán. Se volverá a dar en la universidad, palabra por palabra.

***

Ahí lo tienes. Una prescripción completa para inhabilitar permanentemente mentes jóvenes —una cura probada para la curiosidad—. ¡Qué han hecho a las matemáticas!

¡Hay una profundidad tan impresionante y una belleza tan descorazonadora en esta antigua forma de arte! Qué irónico que la gente descarte las matemáticas como la antítesis de la creatividad. Están desperdiciando una forma de arte más antigua que cualquier libro, más profunda que cualquier poema, y más abstracta que cualquier otra cosa. ¡Y es *el colegio* el que ha hecho esto! Qué triste e interminable ciclo de profesores inocentes infligiendo daño a sus inocentes alumnos ¡Con lo bien que nos lo podríamos estar pasando todos!

**Simplicio:** Vale, estoy profundamente deprimido. ¿Y ahora qué?

**Salviati:** Bueno, creo que tengo una idea sobre una pirámide dentro de un cubo. . .

PAUL LOCKHART, SAINT ANN'S SCHOOL, BROOKLYN, NEW YORK, EE.UU.
Correo electrónico: plockhart@saintannsny.org

TRADUCIDO POR GUILLERMO REY LEY, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID (ESTUDIANTE)
Correo electrónico: guillermo.rey@estudiante.uam.es

[6]Nota del traductor: En inglés, la expresión «SohCahToa» es una regla mnemotécnica para recordar las fórmulas «seno = opuesto/hipotenusa», «coseno = adyacente/hipotenusa» y «tangente = opuesto/adyacente». Pero con las palabras equivalentes en inglés.